WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

Занимательный компьютер

Поворачивающаяся черепаха позволяет взглянуть на геометрию «изнутри»

БРАЙАН ХЭЙЕС

ЧТО ТАКОЕ окружность? Быть может, это предел, к которому стремится n-угольник при бесконечном возрастании n? Или это частный случай эллипса, в котором два фокуса слились в один? А может быть, геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от заданной точки?

Разумеется, все эти определения имеют право на существование, и можно дать немало других. Но рассмотрим лишь одно из них: окружность представляет собой замкнутую кривую, образованную последовательным повторением двух чередующихся элементарных действий — продвижением чуть-чуть вперед и поворотом чуть-чуть вправо до тех пор, пока полный поворот не составит 360 °. Такое определение принципиально отличается от других: вместо описания самой окружности или характерных ее свойств предлагается процедура построения. Более того, сама процедура имеет особый характер — ее формулировка целиком опирается на «локальные» свойства окружности. Для построения кривой достаточно информации об окрестности той точки, где вы сейчас находитесь; совсем не нужно представления о всей картине в целом. Также нет необходимости знать ни о расположении центра, ни даже о величине ее радиуса.

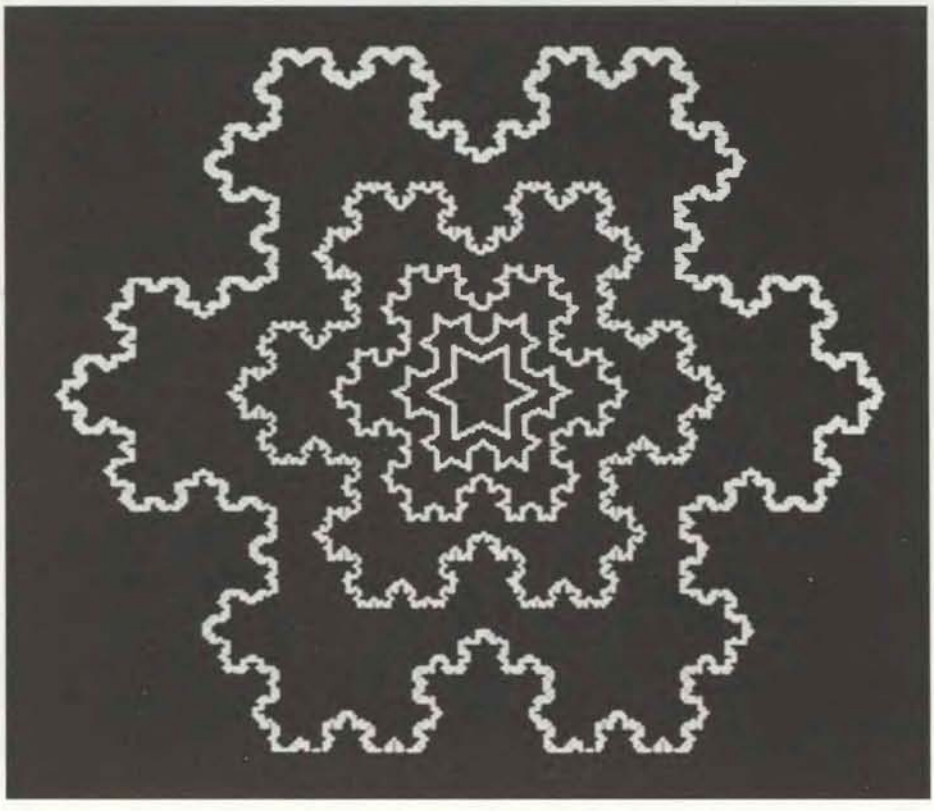
В такого рода процедурах и заключена суть нового взгляда на геометрию как на эмпирическую геометрию. При этом подходе исследователю предлагается вообразить себя путешествующим в мире геометрических фигур, тогда как для других подходов характерна тенденция отделить фигуры от наблюдателя, расположить их в ином пространстве. Разница здесь примерно такая же, как между непосредственным исследованием местности и изучением ее карты. Особенно полезен эмпирический подход в тех случаях, когда геометрические понятия изучают при помощи компьютеров. Определение, заданное процедурой, легко запрограммировать, и ЭВМ будет вычерчивать соответствующую фигуру.

НОВЫЙ взгляд на геометрию реализовался в так называемой «черепашьей графике», тесно связанной с языком программирования Лого, разработанным в 1960 г. Сеймуром Пейпертом в Массачусетском технологическом институте (МТИ) для ознакомления детей с основами программирования. С тех пор язык значительно усовершенствовался и сфера его приложения вышла за рамки образования. Среди многих внесших свой вклад в развитие Лого следует выделить сотрудников МТИ Харолда Эйбелсона и Андреа диСессу, которые в своей необыкновенно иллюстративной работе "Turtle Geometry: The Computer as a Medium for Exploring Mathematics" («Черепашья графика. ЭВМ как средство математических исследований») изложили идеи, легшие в основу черепашьей графики.

Первая «черепаха» была механическим устройством: небольшая тележка на колесах, управляемая ЭВМ по командам, задаваемым с пульта. Ее построил английский нейрофизиолог У. Грей Уолтер в конце 40-х годов. Куполообразный корпус этой конструкции был похож на черепаший панцирь. Механическая черепаха могла передвигаться вперед и назад и менять направление поворотом на месте. В шасси было вмонтировано перо, так что когда черепаха ползала по листу бумаги, то прочерчивала на нем свою траекторию. Сегодня такая «напольная черепаха» известна меньше, чем «экранная черепаха», которая в виде треугольника перемещается по телевизионному экрану по команде с пульта или по введенной с терминала программе.

В большинстве методов формирования графического изображения при помощи ЭВМ используется фиксированная система координат, как правило декартова, с двумя перпендикулярными осями. Положение каждой точки на экране определяется относительно фиксированного начала координат, например левого нижнего угла, в котором пересекаются воображаемые оси. Направления на плоскости определяются также относительно этих осей. Чтобы задать команду для проведения отрезка прямой, достаточно указать координаты двух концевых точек. Если, например, эти точки {0, 0} и {100, 0}, внизу экрана появится прямая линия длиной в 100 единиц.

Следует отметить, что в любой фиксированной системе координат результат выполнения команды не зависит от предшествующей последовательности команд. Совсем иное положение в черепашьей графике. Чтобы прочертить отрезок прямой длиной в 100 единиц, черепахе дают команду ВПЕРЕД 100. Однако, где именно на экране появится этот отрезок и как он будет ориентирован, целиком зависит от состояния черепахи к моменту получения команды. Состояние черепахи в любой момент

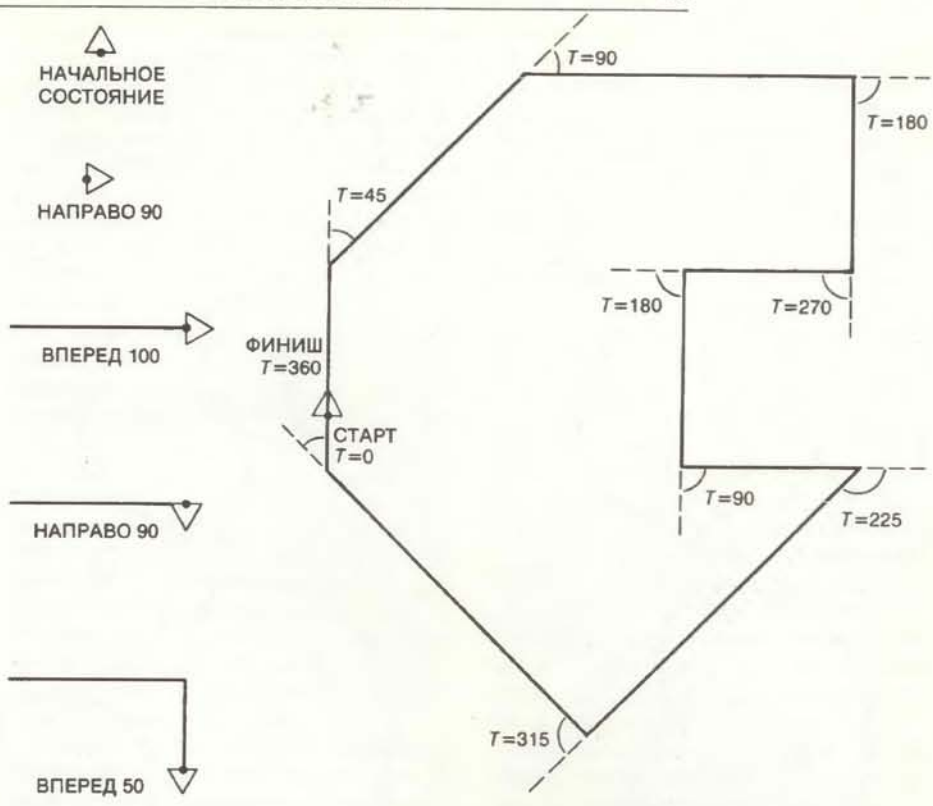


Вложенная последовательность кривых в виде снежинки, нарисованная черепахой

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

определяется ее местоположением и курсом. Команда ВПЕРЕД 100 служит для черепахи основанием продвигаться из своего текущего положения на 100 единиц в направлении, определяемом текущим курсом (т.е. «головой вперед»). Следовательно, одна и та же команда в зависимости от начального состояния черепахи может привести к абсолютно разным результатам.

Пользуясь всего лишь двумя командами ВПЕРЕД и НАПРАВО, можно получить простую систему черепашьей графики. После команды ВПЕРЕД указывается число, означающее количество шагов, которое должна пройти черепаха. После НАПРАВО также следует число, выражающее угол в градусах, на который черепаха должна отклониться вправо от своего текущего курса. Последовательными продвижениями вперед и правыми поворотами можно начертить на плоскости любую геометрическую фигуру. (Заметим, что левый поворот на 90° можно определить двояко: НАПРАВО 270, или НАПРАВО −90.) Тем не менее в реальных системах черепашьей графики обычно есть команды НАЗАД (или ОБРАТНО) и НАЛЕВО. Командами ПЕРОВНИЗ и ПЕРОВВЕРХ дается или отменяется указание вычерчивать траекторию движения черепахи. Имеется также несколько команд, которые позволяют по состоянию черепахи вычислять ее абсолютные координаты, но для черепашьей графики они не существенны.



Несколько получаемых черепахой команд (слева) *и иллюстрация понятия полного поворота* (справа)

ГЕОМЕТРИЮ, порожденную черепашьей графикой, формально можно назвать конечно-разностной геометрией. Она конечная, так как черепаха способна передвигаться только дискретными шагами, и разностная, потому что все перемещения определяются разностью между текущими и последующими значениями положения и курса. Таким образом, в иных терминах выражено то обстоятельство, что в этой разновидности геометрии мы имеем дело лишь с локальными свойствами прямых, кривых и поверхностей; информации об отдаленных точках или о глобальных свойствах геометрических фигур здесь не требуется. Следовательно, от черепашьей графики больше всего проку, когда мы стремимся выявить «подлинный характер» геометрической фигуры, т.е. когда нас интересует ее «внутреннее содержание».

Есть одно понятие, которое очень трудно сформулировать в декартовой системе координат, но стоит воспользоваться черепашьей графикой, как оно становится абсолютно прозрачным. Это понятие кривизны. В декартовых координатах кривизну некоторой линии на плоскости можно представить себе как скорость изменения тангенса угла наклона касательной от точки к точке. Изменение тангенса в свою очередь соответствует изменению координаты y как функции координаты x. Черепахе следить за кривизной значительно проще: это полный поворот, совершаемый ею за один шаг. Таким образом, в окружности, которая определяется последовательным чередованием команд ВПЕРЕД 1, НАПРАВО 1, кривизна в любой точке равна 1.

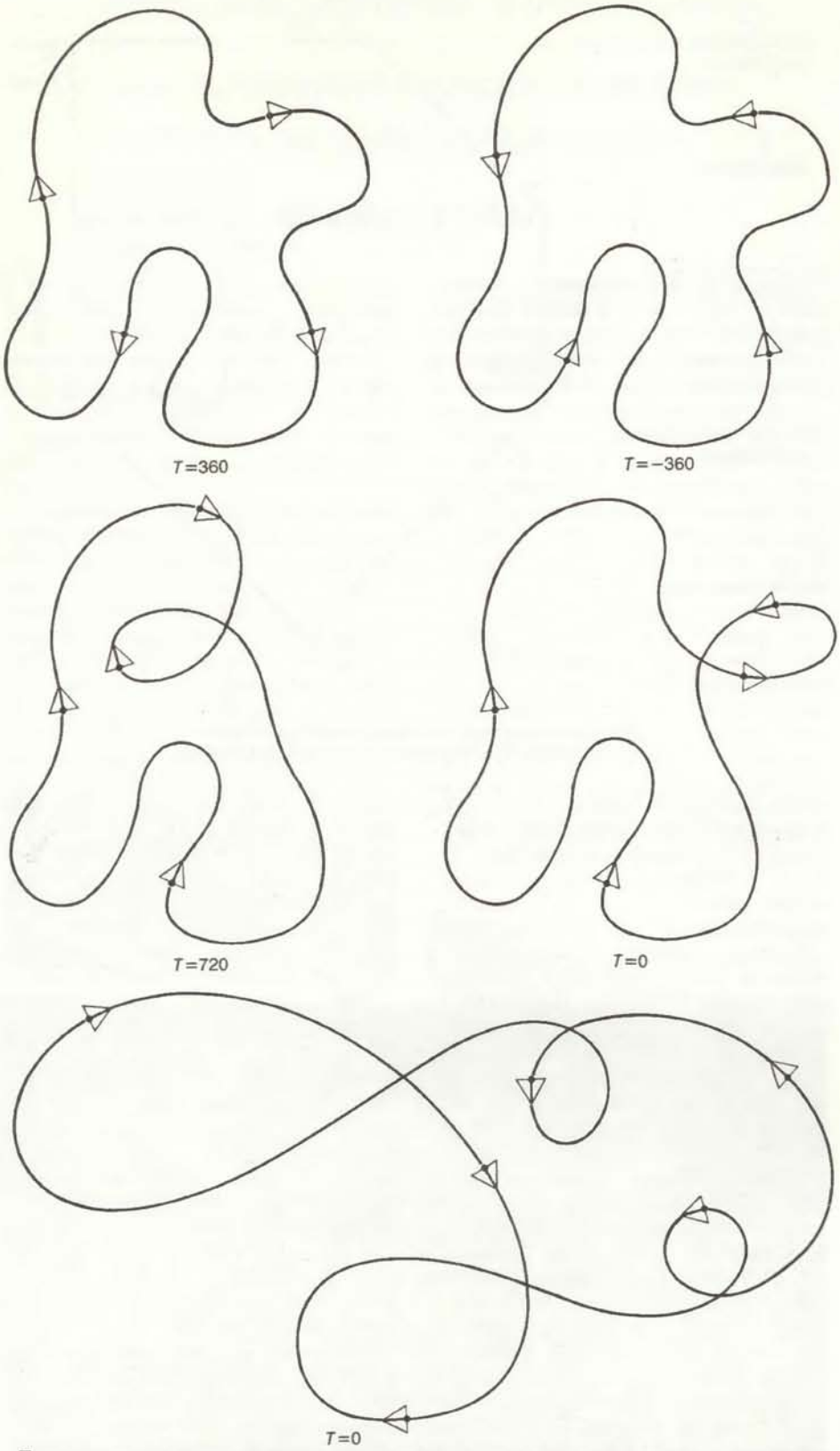
Понятие полного поворота обогащает нас другими интересными находками. Рассмотрим всем известную теорему евклидовой геометрии о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника. В треугольнике эта сумма равна 180°, в четырехугольнике — 360°, в пятиугольнике — 540°, и т.д. Иными словами, это всегда целое число, умноженное на 180°, где целое на два меньше числа сторон. Полный поворот черепахи складывается совсем из других углов: это не внешние и не внутренние углы, а отклонения от курса в каждой вершине. Можно сформулировать теоремы о полном повороте в многоугольнике. Они будут несколько отличаться от теорем о внутренних углах, но им также свойственна общность.

В самой фундаментальной теореме утверждается, что полный поворот черепахи, вычерчивающей многоугольник, выражается целым числом, умноженным на 360°. Доказательство просто и совершенно очевидно. Если кривая замкнута (а это справедливо для любого многоугольника), то черепаха обязательно должна вернуться в исходную точку, и, когда это произойдет, курс черепахи должен быть таким же, как в начале ее пути. (Последнее фактически может служить некоторым эффективным определением геометрической замкнутости.) Если курс совпадает с исходным, то полный поворот равен 0°, или 360°, или любому кратному 360°.

Для выпуклого многоугольника можно доказать более сильный результат: полный поворот равен точно 360°. (Многоугольник называется выпуклым, если прямая, связывающая любые две точки, принадлежащие его сторонам, никогда не выйдет за пределы многоугольника.) Эта теорема, однако, применима к любым многоугольникам, в том числе и к невыпуклым (таким, как пятиконечная звезда). Она применима даже к замкнутым фигурам, стороны которых образованы кривыми и которые, следовательно, не являются многоугольниками.

В геометрии, основанной на фиксированной системе координат, у суммы внутренних углов выпуклого многоугольника мало очевидных взаимосвязей с другими понятиями. А вот в черепашьей графике понятие полного поворота служит мощным средством, применимым в широкой области. Эйбелсон и диСесса показали, что его можно использовать, например, для анализа топологических свойств замкнутого пути. Путь, составленный из любого числа прямых, кривых и витков, называется простым в топологическом смысле, если в нем нет пересечений. Как и в простом выпуклом много-

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU



Топологически замкнутые кривые, в которых использовано понятие полного поворота

угольнике, полный поворот для простого пути равен 360°. Добавление одной петли (и одного пересечения) превращает полный поворот в 0° либо в 720°, в зависимости от ее ориентации. С каждой новой петлей либо добавляется, либо вычитается 360°. На этом основании, находясь на месте черепахи, топологические свойства пути можно определить, имея в каждый момент в поле зрения лишь микроскопический участок пути.

Понятие полного поворота легло в основу алгоритма, позволяющего черепахе найти выход из лабиринта. У Эйбелсона и диСессы алгоритм выглядит так:

«1. Выбрать произвольное начальное направление (например, на север) и встать к нему лицом.

2. Двигаться в «северном» направлении до тех пор, пока не встретится препятствие.

3. Поворачивать налево до тех пор, пока это препятствие не окажется справа от вас.

4. Обходить это препятствие так, чтобы оно все время оставалось справа от вас, пока полный поворот (включая первый поворот на шаге 3) не станет равным 0.

5. Вернуться к шагу 2».

Следуя этим правилам, черепаха сможет выбраться из любого лабиринта (разумеется, при условии, что он имеет выход). Эта процедура всегда работает, потому что есть только одна возможность заманить черепаху в ловушку — завести ее в бесконечный цикл. А если следовать курсу полного поворота, такой ловушки можно избежать. Снова отметим, что стоящая перед черепахой глобальная задача — найти дорогу из лабиринта — будет решена, несмотря на то что черепахе доступны сведения только о ближайшем окружении; взгляд на лабиринт с высоты птичьего полета абсолютно не нужен. Универсальная процедура решения лабиринта называется алгоритмом Пледжа в честь англичанина Джона Пледжа из Эксетера, придумавшего алгоритм в двенадцатилетнем возрасте.

Еще большие возможности появляются, если понятие полного поворота применить к случаю, когда поверхность, по которой разрешается бродить черепахе, не плоскость. На сфере, например, полный поворот по замкнутому пути оказывается меньше 360°. Более того, величина отклонения от 360° зависит от длины пути или, точнее, от области, которую этот путь охватывает. Читатели, знакомые с неевклидовой геометрией (открытой в XIX столетии), должны понять, в чем здесь дело: в угловом дефекте — мере кривизны поверхности. В этом примере существенно, что измерение может быть сделано только по локальной информации. Если в качестве примера вам больше нравится кривизна пространства-времени Вселенной, то и эта мера, очевидно, была получена изнутри Вселенной. Эйбелсон и диСесса рассматривают эти вопросы в конце своей книги (см. библиографию), где они формулируют общую теорию относительности при помощи черепашьей графики.

Они также рассматривают блуждания черепахи по поверхности куба, которая топологически эквивалентна сфере, но имеет совсем другие геометрические свойства. В самом деле, геометрия поверхности куба весьма причудлива. Предположим, что длина ребра куба равна 100 единицам и что сначала черепаха находится в центре одной из граней и направлена параллельно какому-нибудь ребру. Трижды повторим команды ВПЕРЕД 100, НАПРАВО 90. В результате получим замкнутую кривую, ограничивающую геомет-

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

рическую фигуру с тремя равными углами и тремя равными сторонами, или, можно сказать, равносторонний многоугольник с прямыми углами. Что же это — правильный треугольник с прямыми углами или квадрат с тремя сторонами?

Другим замечательным примером геометрии кубической поверхности может служить моногон — односторонний многоугольник. Это замкнутый путь, который проделывает черепаха, движущаяся все время в одном направлении, без поворотов. Представить себе, как получается такой моногон, очень просто, даже не имея черепахи, управляемой компьютером: мысленно проведите на кубе «экватор». Куда сложнее другой вопрос: существует ли на поверхности куба такая комбинация начального положения и курса, которая не приводит к моногону, если двигаться все время в заданном направлении? Что если этот угол выражается иррациональным числом? Ответ можно найти в гл. 6 упомянутой выше книги Эйбелсона и диСессы, но авторы настоятельно не советуют его смотреть. В одном месте они помещают такое предостережение: «ОСТОРОЖНО! В следующем разделе содержится «сверхтворение» математики (уже открытое). Оно может повредить вашему воображению, так что пользуйтесь этим материалом только в самом крайнем случае».

ОТКРЫТИЕ какого-либо принципа и исследование его обобщений весьма характерно для стиля черепашьей графики. Этот процесс значительно упрощается благодаря компьютеру: эксперименты ставятся очень легко, а любые вариации на заданную тему получаются мизерными усилиями. Короче говоря, это геометрия для халтурщиков.

Рассмотрим следующую процедуру, описанную Эйбелсоном и диСессой и другими авторами работ по языку Лого:

```
НА КВАДРАЛЬ :РАССТОЯНИЕ
ВПЕРЕД :РАССТОЯНИЕ
НАПРАВО 90
КВАДРАЛЬ :РАССТОЯНИЕ + 5
КОНЕЦ
```

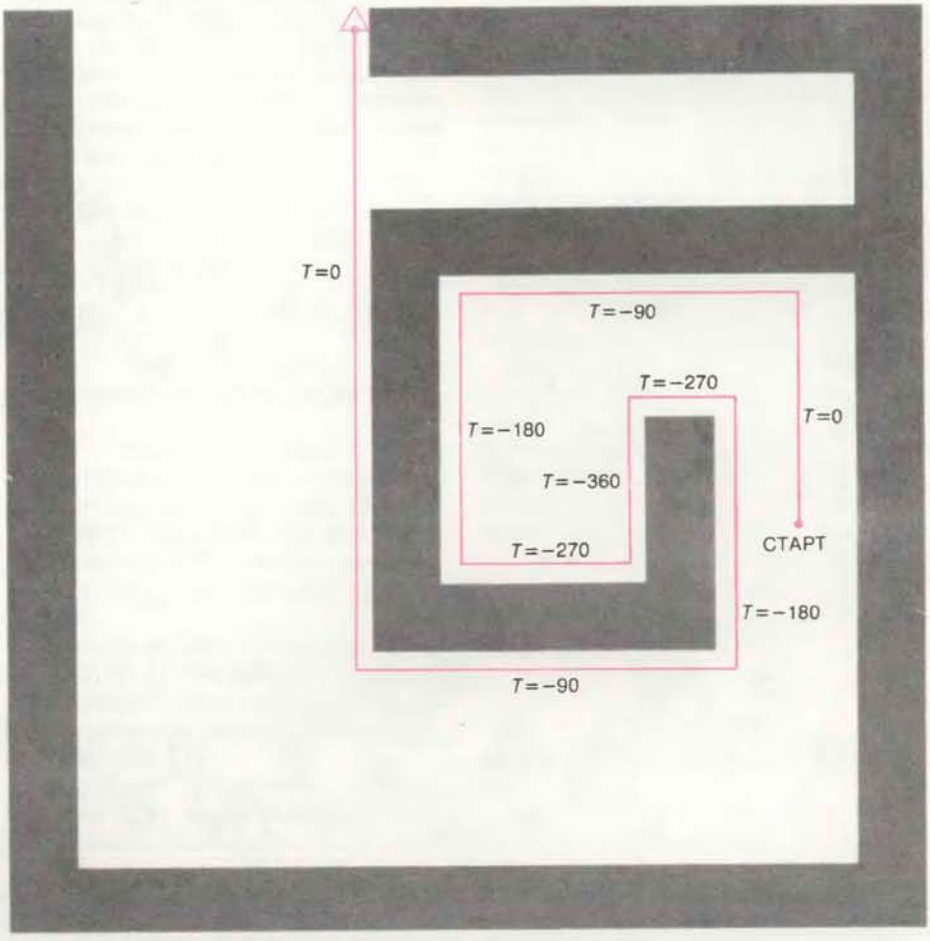
Здесь КВАДРАЛЬ — название процедуры, РАССТОЯНИЕ — переменная, начальное значение которой задается при обращении к процедуре. (Двоеточие — принятое в Лого соглашение для идентификации переменных.) Черепахе дается команда двигаться вперед на заданное расстояние и потом повернуть на 90°; затем процедура КВАДРАЛЬ выполняется снова, но уже с бóльшим значением переменной РАССТОЯНИЕ. В результате получается «КВАДратная спиРАЛЬ», которая, постепенно расширяясь, подходит к рамке экрана. (Спираль, полученная по приведенной здесь процедуре, может расти бесконечно, хотя на экране будет виден только ее конечный фрагмент.)

Допустимы всевозможные модификации. Меняя постоянное слагаемое, которое прибавляется к переменной, мы будем всего лишь равномерно стягивать или растягивать витки спирали. Если же сложение заменить умножением на константу, бóльшую единицы, то получится спираль, прямые отрезки которой будут увеличиваться пропорционально их расстоянию от центра. Если в команде НАПРАВО 90 подставлять другие постоянные значения угла, то можно получать треугольную, пятиугольную и какую-угодно-угольную спирали. Если угол отличается от прямого незначительно, получается совокупность вложенных «квадратов», закручивающаяся вокруг центра, причем их вершины описывают другие спирали. Задание очень маленького угла приводит к некоему приближению к гладкой «круговой» спирали.

Можно также изменить процедуру таким образом, чтобы при каждом обращении к ней менялось не расстояние, а угол. Метаморфоза совершенно потрясающая: вместо одной постоянно раскручивающейся спирали черепаха рисует скручивающуюся спираль и затем, поменяв направление, раскручивающуюся спираль, потом другую скручивающуюся и т.д., создавая симметричный массив спиралей, связанных воедино самыми объемлющими циклами. Причина кроется в том, что при добавлении постоянной расстояние может увеличиваться лишь монотонно, тогда как изменение на константу угла обязательно приведет снова к малому его значению, поскольку значения углов повторяются с периодом 360°.

Рассмотрим один подкласс кривых, полученных при начальном значении угла 0° (см. рисунок на с. 62). Все узоры этого класса по основным очертаниям аналогичны. Черепаха создает ряд спиралей, то раскручивая, то закручивая их, затем проходит весь этот путь в обратном направлении и, вернувшись в исходную точку, создает идентичный массив, отраженный относительно первого на 180°. Этот путь черепаха проходит бесконечно. Количество нарисованных ею спиралей зависит только от приращения угла, но природа этой зависимости далеко не очевидна. Если приращение угла не делится на 8, то число спиралей на единицу больше числа, полученного от деления приращения на наибольший общий делитель приращения и 360. Можете объяснить почему? Можете ли вы предсказать общие очертания узора, когда приращение кратно 8?

Благодаря компьютеру стало возможно изучать семейства таких спира-



Черепаха, следуя алгоритму Пледжа, выбирается из лабиринта

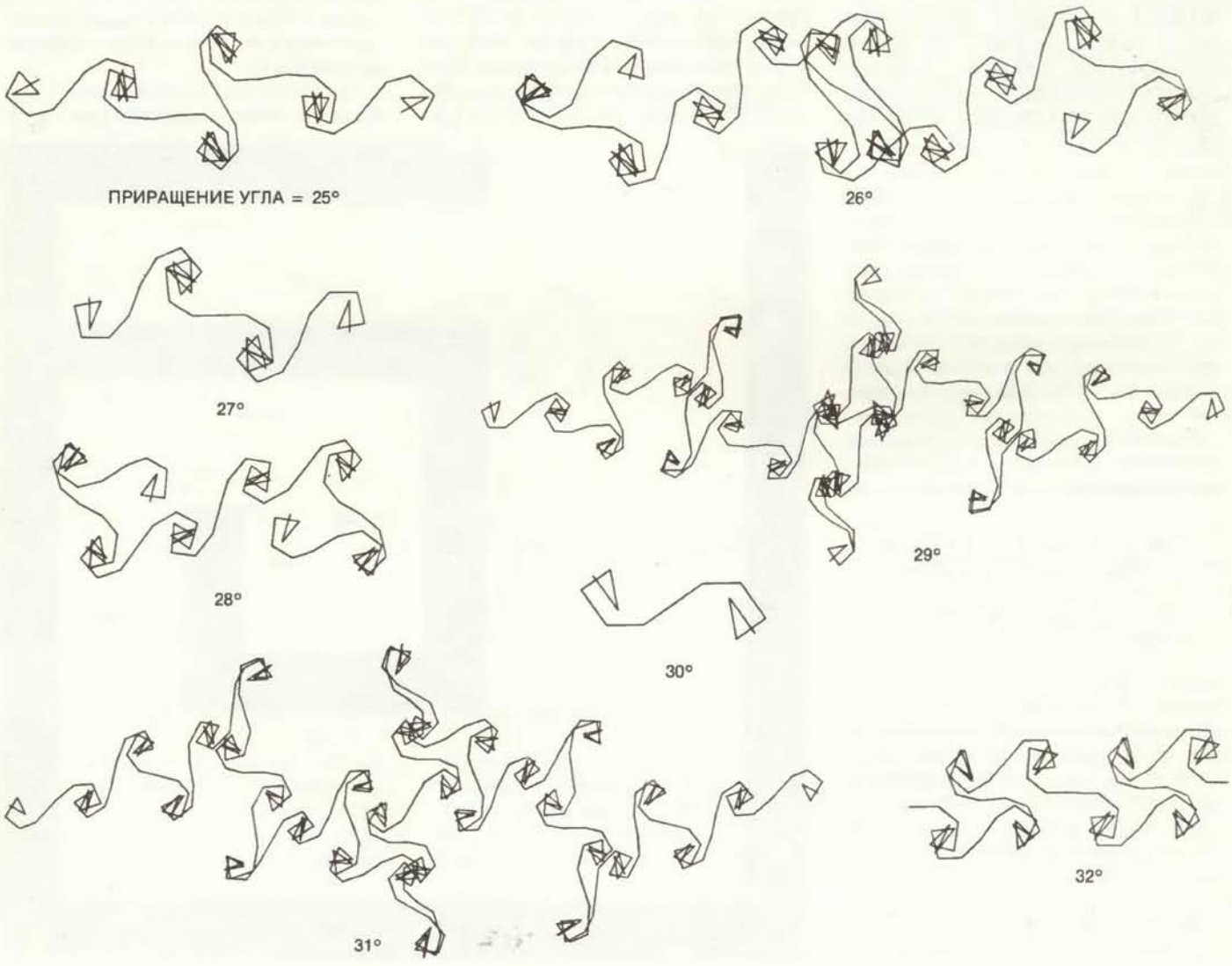
WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

лей. Аналогичные исследования можно предпринять в отношении семейства многоугольников, ячеистых покрытий и рекурсивных фигур вроде снежинки, которая получается повторением в постоянно уменьшающемся масштабе одной и той же структуры (см. рисунок на с. 98). В этом процессе неоценимую помощь может оказать черепашья графика благодаря конструктивному и алгоритмическому ее определению. Было бы по крайней мере нелепо выписывать уравнение, которое целиком описывает структуру снежинки, если можно воспользоваться процедурой порождения такой конфигурации, легко разбиваемой на несколько повторяющихся элементарных шагов.

Хотя черепашья графика и язык программирования Лого исторически развивались параллельно, потом пути их разошлись. Эйбелсон и диСесса отмечают, что черепахи обосновались по меньшей мере еще в двух языках (разновидностях АПЛ и Smalltalk), а программы в их книге написаны не на Лого, а на специальном языке, названном ими Turtle Procedure Notation. Они советуют создать систему черепашьей графики на базе Бейсика и Паскаля. Черепаха наложила отпечаток и на новый язык Boxer, который сейчас разрабатывается в МТИ членами группы Лого.

САМ ПО СЕБЕ Лого — мощный универсальный язык программирования. Тесные родственные узы связывают его с Лиспом — языком для обработки списков, изобретенным более 20 лет назад Джоном Маккарти. Различия между этими языками в сущности сводятся к различиям в словаре и пунктуации. Лого был задуман как язык для детей и был решен в антропоморфическом аспекте. Программист пишет так, как если бы он обращался непосредственно к черепахе, и время от времени черепаха дерзит, выдавая сообщение об ошибке: «Я не знаю, как делать квадраль». Подобная «застенчивость» не должна вводить вас в заблуждение: это делается не забавы ради. Антропоморфизм здесь умышленный — это средство вовлечения программиста (ребенка или взрослого — все равно) в эксперимент с системой черепашьей графики. Когда программа ставит вас в тупик, она советует «поиграть с черепахой».

Глубочайшая связь между черепашьей графикой и языком Лого состоит в общем подходе к методике обучения. Основная идея этого подхода заимствована из работ Жана Пьяже, в которых высшим достижением в процессе обучения считаются открытия, сделанные самими учащимися. Пейперт, в течение пяти лет работавший с Пьяже, изложил его взгляды в работе "Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas": «Программирование поведения черепахи начинается с воспроизведения того, что стал бы делать сам программист на месте черепахи. Таким образом, обучая черепаху действовать или «думать», он вынужден воспроизводить собственное поведение или мысли. . . Эксперимент может оказаться и опрометчивым: размышляя о процессе мышления, ребенок превращается в гносеолога, а такая роль подчас бывает не по силам и взрослым».



Восемь семейств спиралей, полученных добавлением фиксированного приращения к начальному углу 0°

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

Мы получили ряд откликов по поводу порождения случайной прозы, обсуждавшейся в январском номере. С удовольствием предоставляем их вашему вниманию. Один из описанных мною алгоритмов предназначался для поиска в тексте данной последовательности символов и построения затем таблицы частот символов, которые появлялись за данной последовательностью. Процедура повторялась с каждой буквой текста, полученного случайным образом. Несколько читателей предложили более эффективные процедуры.

В подходе, предложенном Ю. Дейхофф и С. Локом, используется структура данных, называемая кеш-таблица. Каждой последовательности символов в тексте приписывается численное значение, которое служит индексом элемента в таблице. Сам элемент представляет собой частоты символов, которые появляются за последовательностью с этим номером. Включать следует только реально существующие последовательности. Процедура должна быть очень быстрой, потому что кеш-таблица строится один раз и для обращения к ней требуется только вычислить индекс, не отыскивая все элементы.

Б. Брайан, Дж. Батлер, Р. Дил, У. Данлэп и Дж. Шермер указали еще на один алгоритм, который не только быстрее моего, но и значительно проще. В нем таблица частот вообще не требуется. Когда исследуется некий символ, который должен идти за данной последовательностью, в качестве исходной точки берем случайное положение в тексте и от этого места ищем образованную последовательность. Вместо того чтобы табулировать все вхождения таких последовательностей, поиск заканчивается, как только найдена первая; затем исследуется другая буква. Если распределение буквенных последовательностей практически равномерно, результаты должны быть близки к тем, которые дает таблица частот.

С. П. Капица, главный редактор журнала «В мире науки», обратил мое внимание на важный исторический факт. Появление некоторой буквы в тексте может рассматриваться как марковская цепь, названная так в честь создателя теории таких процессов известного русского математика А. А. Маркова (1856—1922 гг.). Марков впервые рассмотрел подобные процессы в статье «Пример статистического исследования над текстом «Евгения Онегина», иллюстрирующий связь испытаний в цепь» (1913 г.), сыгравшей основополагающую роль в области теории случайных процессов, которая теперь находит широкое применение как в физике, так и в математической лингвистике и теории информации.

Библиография

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЙ КОМПЬЮТЕР

MINDSTORMS: CHILDREN, COMPUTERS, AND POWERFUL IDEAS. Seymour Papert. Basic Books. Inc., 1980.

TURTLE GEOMETRY: THE COMPUTR AS A MEDIUM FOR EXPLORING MATHEMATICS. Harold Abelson and Andrea A. di Sessa. The MIT Press, 1980.

СПЕКТРОСКОПИЯ ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ ГАЗОВ

SUPERSONIC NOZZLE BEAMS. James B. Anderson, Ronald P. Andres and John B. Fenn in *Advances in Chemical Physics*, Vol. 10, pages 275—317; 1966.

LASER SPECTROSCOPY IN SUPERSONIC JETS. D. H. Levy, L. Wharton and R. E. Smalley in *Chemical and Biochemical Applications of Lasers*, edited by C. Bradley Moore. Academic Press, 1977.

MOLECULAR OPTICAL SPECTROSCOPY WITH SUPERSONIC BEAMS AND JETS. Richard E. Smalley, Lennard Wharton and Donald H. Levy in *Accounts of Chemical Research*, Vol. 10, No. 4, pages 139—145; April, 1977.

Катаев Д. И., Мальцев А. А. СПЕКТРОСКОПИЯ ПАРОВ ТРУДНОЛЕТУЧИХ СОЕДИНЕНИЙ, ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ. — Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1973, т. 64, № 5, с. 1527—1537.

Баронов Г. С., Бритов А. Д. и др. СТРУКТУРА МОЛЕКУЛЯРНЫХ СПЕКТРОВ ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ ГЕКСАФТОРИДОВ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ПОЛУЧЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ СПЕКТРОМЕТРА НА ИНЖЕКЦИОННЫХ ЛАЗЕРАХ. — Известия АН СССР, серия физическая, 1981, т. 45, № 8, с. 1500—1503.

ДРЕВНЕЙШИЕ ЭУКАРИОТИЧЕСКИЕ КЛЕТКИ

THE OLDEST FOSSILS. Elso S. Barghoorn in *Scientific American*, Vol. 224, No. 5, pages 30—42; May, 1971.

THE EVOLUTION OF THE EARLIEST CELLS. J. William Schopf in *Scientific American*, Vol. 239, No. 3, pages 84—102; September, 1978.

SYMBIOSIS IN CELL EVOLUTION. Lynn Margulis. W. H. Freeman and Company, 1981. [Имеется перевод: Маргелис Л. Роль симбиоза в эволюции клетки. — М.: Мир, 1983.]

PROTEROZOIC PLANKTON. Gonzalo Vidal and A. H. Knoll. Geological Society of America. Memoire No. 30, in press.

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ ДОКЕМБРИЯ И РАННЕГО КЕМБРИЯ. Труды Всесоюзного симпозиума 11—14 мая, Ленинград. — Л.: Наука, 1979.

Соколов Б. С., Федонкин М. А. И ЕЩЕ 100 МИЛЛИОНОВ ЛЕТ. — Наука в СССР, 1983, № 5, с. 10—19.

Тимофеев Б. В. МИКРОФОССИЛИИ РАННЕГО ДОКЕМБРИЯ. — Л.: Наука, 1982.

Янкаускас Т. В. НОВЫЕ ВИДЫ АКРИТАРХ ИЗ НИЖНЕГО КЕМБРИЯ ПРИБАЛТИКИ. — Труды Ин-та геологии и геофизики Сиб. отд-ния АН СССР, 1976, вып. 296, с. 187—192.

ОРБИТА ЗЕМЛИ И ЛЕДНИКОВЫЕ ЭПОХИ

VARIATIONS IN THE EARTH'S ORBIT: PACEMAKER OF THE ICE AGES. J. D. Hays, John Imbrie and N. J. Shackleton in *Science*, Vol. 194, No. 4270, pages 1121—1132; December 10, 1976.

ICE AGES: SOLVING THE MYSTERY. John Imbrie and Katherine Palmer Imbrie. Enslow Publishers, 1979.

MILANKOVITCH AND CLIMATE CHANGE. Edited by J. Imbrie and A. Berger. Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1984.

ЗИМЫ НАШЕЙ ПЛАНЕТЫ. Под ред. Б. Джона. Перев. с англ. — М.: Мир, 1982.

Серебряный Л. Р. ДРЕВНЕЕ ОЛЕДЕНЕНИЕ И ЖИЗНЬ. — М.: Наука, 1980.

СТРУКТУРА БЕЛКОВ В БИОЛОГИЧЕСКИХ МЕМБРАНАХ

STRUCTURAL ANALYSIS OF MACROMOLECULAR ASSEMBLIES BY IMAGE RECONSTRUCTION FROM ELECTRON MICROGRAPHS. R. A. Crowther and A. Klug in *Annual Review of Biochemistry*, Vol. 44, pages 161—182; 1975.

THREE-dIMENSIONAL MODEL OF PURPLE MEMBRANE OBTAINED BY ELECTRON MICROSCOPY. R. Henderson and P. N. T. Unwin in *Nature*, Vol. 257, No. 5521, pages 28—32; September 4, 1975.

STRUCTURE OF THE JUNCTION BETWEEN COMMUNICATING CELLS. P. N. T. Unwin and G. Zampighi in *Nature*, Vol. 283, No. 5747, pages 545—549; February 7, 1980.

MEMBRANE PROTEIN STRUCTURE. R. Henderson in *Membranes and Intercellular Communication: Les Houches Session XXXIII, July 30 — August 30, 1979*, edited by Roger Balian, Marc Chabre and Philippe F. Devaux. Amsterdam North-Holland Publishing Co., 1981.

ЛАЗЕРНАЯ АБДОМИНАЛЬНАЯ ХИРУРГИЯ

LASER SCALPEL IN ABDOMINAL, PURULENT AND PLASTIC SURGERY. O. K. Skobelkin, E. I. Brekhov, V. P. Bashilov, V. I. Korepanov, M. V. Smolyaninov in *Proceedings of the 4th Congress of International Society for Laser Surgery*. Tokyo, 1981, Session 9, pages 8—9.